

A csavarvonalról és a csavarmenetről

A témához kapcsolódó korábbi dolgozatunk: **Richard – I.**

A **Gépészeti alapismeretek** tantárgyban a **csavarok** – mint gépelemek – tanulmányozását a csavarvonal ismertetésével kezdjük.

A **közönséges csavarvonalról** a következőket kell tudnunk.

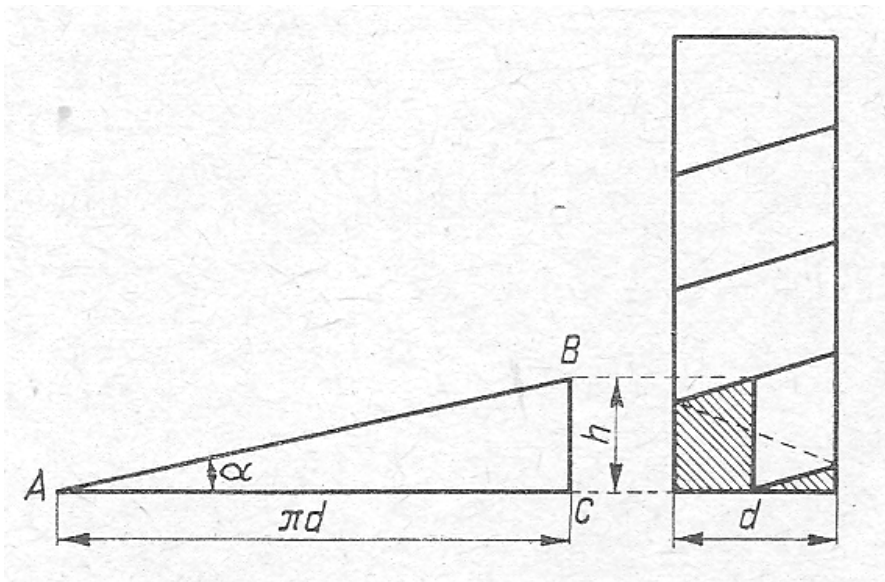
1.) A közönséges csavarvonal nem síkgörbe, hanem egy **térgörbe**, mert pontjai nem egy síkban helyezkednek el.

2.) Származtatása kétféleképpen is történhet:

- a.) körhenger palástjára feltekert lejtővel / háromszöggel;
- b.) mozgástanilag.

Az a.) esetet az [1] szakirodalmi forrás segítségével írjuk le.

Ehhez tekintsük az 1. ábrát – [1]!



Jelölések:

d: a körhenger átmérője;

h: menetemelkedés;

α: menetemelkedési szög.

1. ábra

Egy **d** átmérőjű egyenes körhenger palástjára *tekerjünk fel* egy ABC derékszögű háromszöget, úgy, hogy a háromszög BC befogója legyen párhuzamos a henger tengelyével! Ekkor a háromszög AB átfogója része lesz a közönséges csavarvonalnak. A fordított utat járva: ha a derékszögű háromszöget *lefejtjük* a hengerről, akkor a háromszöget *síkba terítjük*, a csavarvonalat kiegyenesítjük.

Egy menetnek nevezzük a csavarvonal azon részét, amely a henger egy alkotójával való, két egymást követő metszéspontja között fekszik. Ennek hossza a **menethossz**: $l = AB$.

Menetemelkedésnek nevezzük a mondott alkotón a metszéspontok távolságát: $h = BC$.

A **menetemelkedési szög** azonos a derékszögű háromszög vízszintes befogója és átfogója által bezárt **α** szöggel. A derékszögű háromszög vízszintes befogójának hossza éppen a henger alapkörének kerületével egyezik meg: $AC = \pi d$.

A derékszögű háromszögre vonatkozó ismereteink alapján felírhatjuk, hogy

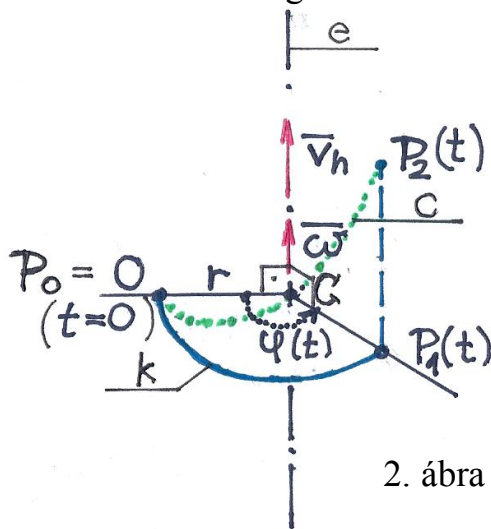
$$l = \sqrt{(d\pi)^2 + h^2}, \quad (1)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{d\pi}. \quad (2)$$

Megjegyezzük, hogy az 1. ábra egyszerűsített ábrázolási módban készült, a körülményekben megrajzolható görbe vonalak elkerülése végett.

A b.) eset leírásához felhasználjuk a [2] munkát is.

A csavarvonal mozgástani előállítását szemlélteti a 2. ábra.



2. ábra

Egy P pont végezzen egyidejűleg két mozgást:

~ egy r sugarú, $\omega = \text{áll.}$ szögsebességű *forgó*, valamint

~ egy $v_h = \text{áll.}$ sebességű, a körmozgás síkjára merőleges, egyenes vonalú *haladó* mozgást.

E két összetevő - mozgás egymásra *halmozásával* áll elő a **csavarmozgás**, amely szerint a P pont pályája közös csavarvonal lesz.

A 2. ábra betűjelzéseivel: úgy képzelhetjük el, hogy a P pont t idő alatt

~ a forgó mozgása során a C középpontpontú, r sugarú k köríven mozogva megteszi a P_0P_1 körívet, míg

~ a haladó mozgása során megteszi a P_1P_2 egyenes szakaszt.

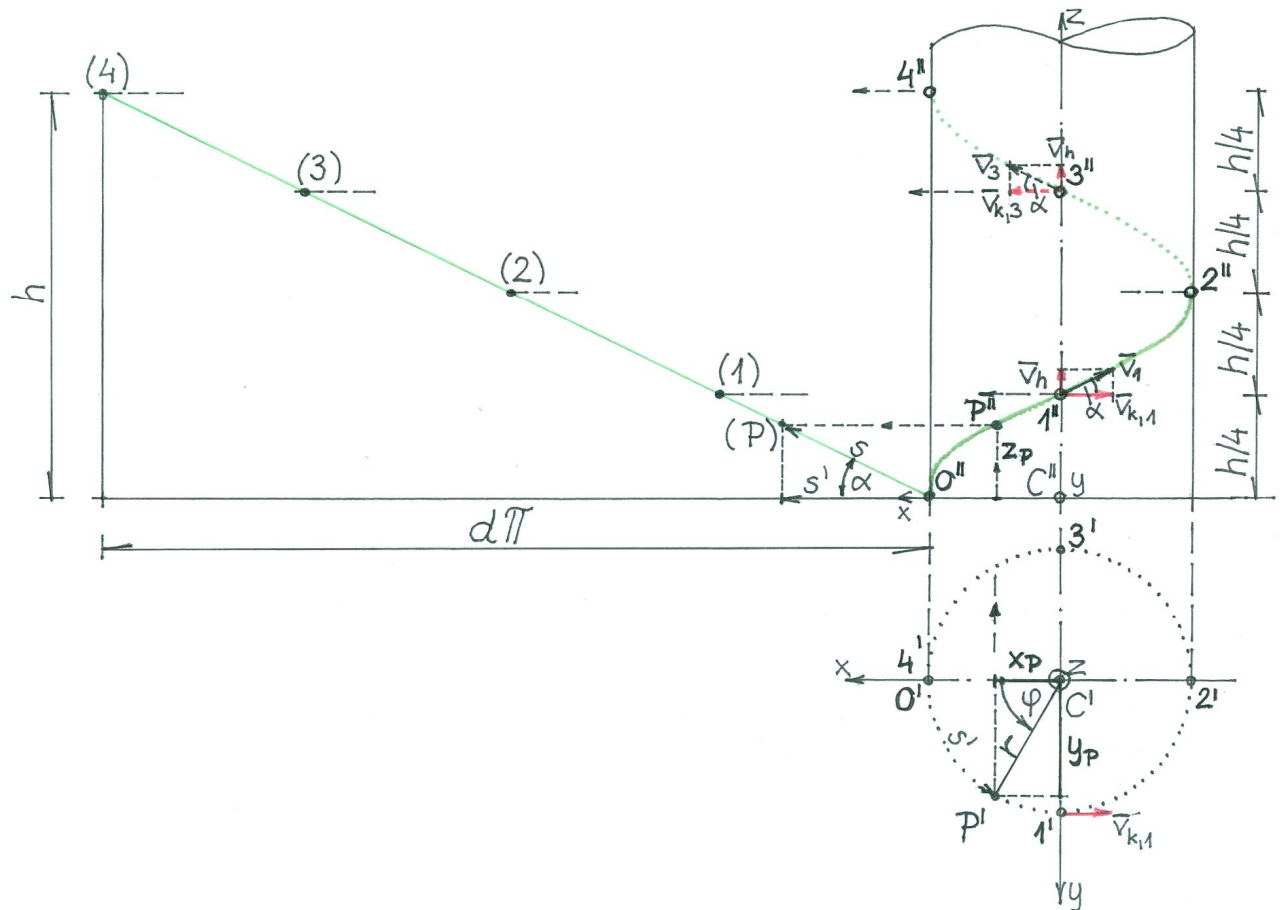
A végeredmény: a P pont az O kezdőpontból a P_2 végpontba jut, miközben valójában a c csavarvonalon mozog.

Néhány egyszerű, szép és hasznos képlettel matematikai formába önthetjük a mondottakat, különös tekintettel a P pont vetületi mozgásaira. Ugyanis a térgörbét főként vetületeivel ábrázoljuk, a tábla / papír síkjában. Ehhez tekintsük a 3. ábrát!

Itt a csavarvonal - pályát leíró P pont (0, 1, 2, 3, 4), valamint egy általános helyzetének megfelelő képpontokat is feltüntettük.

Az általános helyzetű P pont koordinátái:

$$\left. \begin{aligned} x_p &= r \cdot \cos \varphi, \\ y_p &= r \cdot \sin \varphi, \\ z_p &= z(\varphi). \end{aligned} \right\} \quad (3)$$



3. ábra

Először írjuk fel a $z = z(\varphi)$ kapcsolatot!

Az s' körív hossz kétféleképpen felírva a körmozgásból:

$$s'(t) = r \cdot \varphi(t); \quad (4)$$

$$s'(t) = v_k \cdot t; \quad (5)$$

majd (4) és (5) -ből:

$$t = \frac{s'(t)}{v_k} = \frac{r \cdot \varphi(t)}{v_k}. \quad (6)$$

A haladó mozgásból – a p indexet elhagyva –:

$$z(t) = v_h \cdot t. \quad (7)$$

Most (6) és (7) - tel:

$$z(t) = v_h \cdot \frac{r \cdot \varphi(t)}{v_k}; \quad (8)$$

ámde

$$v_k = r \cdot \omega, \quad (9)$$

így (8) és (9) - cel:

$$z(t) = v_h \cdot \frac{r \cdot \varphi(t)}{v_k} = v_h \cdot \frac{r \cdot \varphi(t)}{r \cdot \omega} = \frac{v_h}{\omega} \cdot \varphi(t), \text{ azaz:}$$

$$\left. \begin{aligned} z(t) &= p \cdot \varphi(t), \\ p &= \frac{v_h}{\omega}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

A (10) képlet szerint a csavarvonalon haladó **P** pont **z** tengely menti emelkedése egyenesen arányos a φ szögelfordulással, ahol a **p** arányossági tényező a két mozgás - állandó hányadosa. Legyen egy teljes körülfordulás ideje: **T**.

Az egyenes arányosság szerint:

$$\frac{z(t)}{z(T)} = \frac{p \cdot \varphi(t)}{p \cdot \varphi(T)} = \frac{\varphi(t)}{2 \cdot \pi}; \quad (11)$$

ámde egy teljes körülfordulás alatt a **P** pont a **z** tengely mentén éppen **h** menetemelkedésnyit halad, azaz

$$z(T) = h, \quad (12)$$

így (11) és (12) -ből:

$$\underline{z(t) = \frac{h}{2 \cdot \pi} \cdot \varphi(t).} \quad (13)$$

Most már megvizsgálhatjuk a vetületi mozgásokat.

Az (xy) síkon:

(3) szerint:

$$x^2 + y^2 = r^2, \quad (14)$$

ami egy **C'** középpontú kör egyenlete, ahogyan az az ábrákból is nyilvánvaló.

Az (xz) síkon:

(13) -ből:

$$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{h} \cdot z, \quad (15)$$

majd (3 / 1) és (15) - tel:

$$x = r \cdot \cos \varphi = r \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{h} \cdot z \right), \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{x(z) = r \cdot \cos \left(\frac{2 \cdot \pi}{h} \cdot z \right).}} \quad (16)$$

A (16) függvény képe a 3. ábrán szemlélhető, merőlegesen balra billentett fejjel.

Az (yz) síkon:

(3 / 2) és (15) - tel:

$$y = r \cdot \sin \varphi = r \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{h} \cdot z \right), \text{ tehát:}$$

$$\underline{\underline{y(z) = r \cdot \sin \left(\frac{2 \cdot \pi}{h} \cdot z \right).}} \quad (17)$$

A (16) képlet szerint az előlnézeti képen koszinusz-, az oldalnézeti képen szinuszhullám alakú a csavarvonal vetülete.

A csavarvonal kifejtett képe alapján a φ szögelforduláshoz tartozó csavarvonal - ívhossz:

$$\frac{s}{s'} = \frac{1}{d \cdot \pi} = \frac{1}{\cos \alpha}, \quad (18)$$

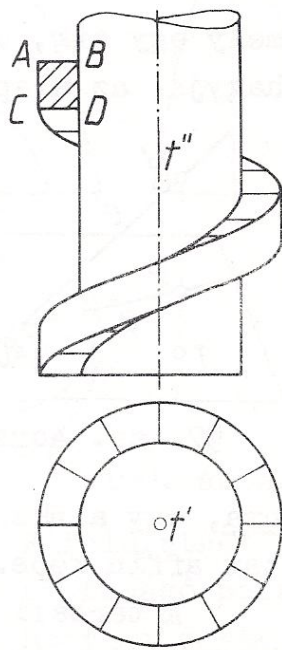
majd (18) és (4) - gyel:

$$s = \frac{r \cdot \varphi}{\cos \alpha} = \frac{1}{d \cdot \pi} \cdot r \cdot \varphi = 1 \cdot \frac{\varphi}{2 \cdot \pi}. \quad (19)$$

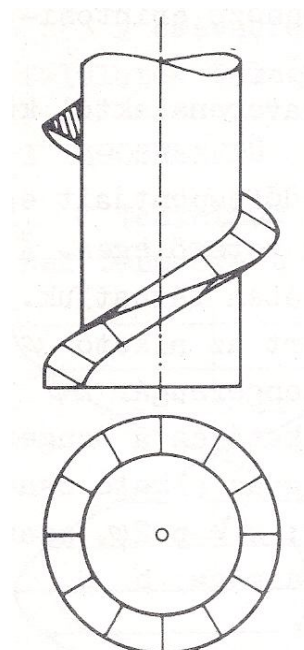
Végül (1) és (19) - cel:

$$s(\varphi) = \sqrt{(d\pi)^2 + h^2} \cdot \frac{\varphi}{2 \cdot \pi}. \quad (20)$$

A **csavarmenetek**: sajátos felületek, melyek közül két gyakoribbnak a származtatása az alábbi. Tekintsük a 4. ábrát – [2]!



4. / a ábra



4. / b ábra

A 4. / a ábrán egy *laposmenet*, a 4. / b ábrán egy *élesmenet* látható.

A laposmenet származtatása: a t tengelyű hengernek az előlnézeti képsíkkal párhuzamos szimmetriasíkjában felvesszük az ábrán vonalkázással jelölt téglalapot. Ha ez a síkidom t tengelyű csavarmozgást végez, akkor az ABCD pontjai által söpört térrész: a laposmenet. Az élesmenet származtatása: mint előbb, csak itt téglalap helyett háromszög végzi a csavarmozgást.

Megjegyzések:

M1. Az Olvasónak feltűnhetett, hogy a levezetések során csak középiskolai matematikai és mozgástani ismereteket használtunk fel; így nincs ok az aggodalomra.

M2. Abban az esetben, ha az egyenletes körmozgás és az egyenes vonalú egyenletes haladó mozgás ugyanabban a síkban zajlik, akkor egy nevezetes síkgörbe - család: a *cikloisok* esete áll elő. Utóbbiak szintén fontosak a műszaki életben, például a forgácso-láselméletben. Ezzel kapcsolatban ld. korábbi dolgozatainkat is!

M3. A csavarvonal, a csavarmenet lehet jobbos vagy balos.

Jobbos, ha $\angle(\mathbf{v}_h, \boldsymbol{\omega}) = 0$, balos, ha $\angle(\mathbf{v}_h, \boldsymbol{\omega}) = \pi$.

M4. A 3. ábrán az **1** és **3** csavarvonal - pontban feltüntettük az ott áthaladó **P** pont sebességvektorát is az előlnézeti képen. Itt ezek valódi nagyságban jelennek meg.

Irodalom:

[1] – Alexander Richard: Gyakorlati számítások a gépiparban
Ipari Szakkönyvtár sorozat, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.

[2] – Hajdu Endre: Ábrázoló geometria II.
Jegyzet, Sopron, 1985.

Összeállította: Galgóczi Gyula
mérnökstanár

Sződliget, 2010. március 5.